Cat

Chrysoberyllzwilling von Ceylon.

150

Von

V. Goldschmidt und **H. Preiswerk**
in Heidelberg.

Mit einer Tafel und 2 Textfiguren.

Zur Theorie der Zwillings- und Viellings-Bildung, illustrirt am Chrysoberyll.

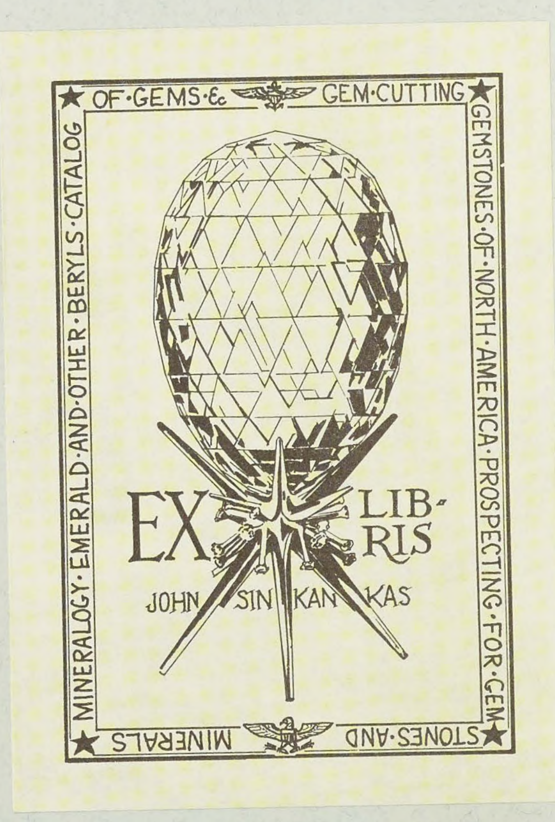
Von

V. Goldschmidt
in Heidelberg.

Mit einer Tafel und 5 Textfiguren.

(Separat-Abdruck aus: »Zeitschrift für Krystallographie etc.« XXXIII. Band, 3.—5. Heft.)

Leipzig
Wilhelm Engelmann
1900.



OF·GEMS·&c
GEM·CUTTING
GEMSTONES·OF·NORTH·AMERICA·PROSPECTING·FOR·GEM
STONES·AND
MINERALS
MINERALOGY·EMERALD·AND·OTHER·BERYLS·CATALOG
EX LIB-RIS
JOHN SIN KAN KAS

XVII. Chrysoberyllzwilling von Ceylon.

Von

V. Goldschmidt und **H. Preiswerk** in Heidelberg.

(Hierzu Taf. XV, Fig. 1—4 und 2 Textfiguren.)

Gegenstand dieser Untersuchung bildet ein von Prof. C. Schmidt in Basel aus Ceylon mitgebrachter Chrysoberyllzwilling von ausgezeichneter Ausbildung. Seine Messung brachte mehrere neue Formen, und das gnomonische Bild zeigte interessante Beziehungen zwischen den beiden Individuen, eine schöne Illustration zur Theorie der Zwillingsbildung.

Der Krystall ist von weingelber Farbe, 11 mm lang, 6 mm breit, 5 mm dick.

Beobachtete Formen in Mohs-Haidinger's Aufstellung[1]:

Buchst.:	*b*	*a*	*c*	*m*	*s*	*r*	**g*	*(*h*)	*i*
Symb. Miller:	{001}	{010}	{100}	{110}	{120}	{130}	{140}	{150}	{011}
- Gdt.:	0	0∞	∞0	∞	∞2	∞3	∞4	∞5	01
Buchst.:	*k*	*x*	*o*	*n*	**l*	*v*	**α*	**β*	**q*
Symb. Miller:	{021}	{101}	{111}	{121}	{133}	{211}	{311}	{511}	{142}
- Gdt.:	02	10	1	12	$\frac{1}{3}$1	21	31	51	$\frac{1}{2}$2

Von diesen sind die mit * bezeichneten neu und zwar *glαβq* gesichert, *h* wahrscheinlich, aber der Bestätigung bedürftig[2]. Ausser diesen finden wir für den Chrysoberyll folgende Formen angegeben:

Buchst.:	*n*	(*f*)	*d*	*y*	*z*	*w*	(*p*)
Symb. Miller:	{230}	{270}	{160}	{102}	{203}	{122}	{161}
- Gdt.:	$\infty\frac{3}{2}$	$\infty\frac{7}{2}$	∞6	$\frac{1}{2}$0	$\frac{2}{3}$0	$\frac{1}{2}$1	16

---

1) Vergl. Goldschmidt, Winkeltabellen. Im Index der Krystallf. wurde eine andere Aufstellung genommen.

2) Möglicherweise ist unter dem von Kretschmer (Min. petr. Mitth. 1895, **14**, 186) angegebenen *P*3 unser *l* zu verstehen; doch ist nicht zu ersehen, ob $\breve{P}3$ oder $\bar{P}3$ gemeint ist, auch fehlen Messungen und sonstige nähere Angaben.

Ausserdem $\varrho = 03\{031\}$ nicht als Fläche beobachtet, sondern als Zwillingsebene angegeben. Von diesen sind f und p unsicher. f von Hausmann angegeben (Handb. d. Min. 1847, **2** (1), 430) als $BB'\frac{1}{2}$. Der Ort der Beobachtung konnte nicht gefunden werden. p von Klein als fraglich bezeichnet (Jahrb. d. Min. 1871, 483) $(6\breve{P}6)$. y wurde an einem Fünfling von Ceylon wiedergefunden (s. unten S. 473), ebenso die neuen Formen g und q.

Zu diesen fand neuerdings Dr. G. Melczer, wie er uns gütigst mittheilte, die neuen Formen:

2∞	$1\frac{3}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{10}$
$\{210\}$	$\{232\}$	$\{313\}$	$\{515\}$	$\{10\cdot1\cdot10\}$

sowie das von uns ebenfalls beobachtete, bisher neue $\infty4\{140\}$.

Das **Zwillingsgesetz** ist das für Chrysoberyll gewöhnliche, das man Zwillingsebene $\varrho = 03(031)$ nennt. Es ist zuerst von Naumann (Lehrb. d. Kryst. 1830, **2**, 259) so bezeichnet. Wir werden dasselbe unten näher betrachten.

Die **Ausbildung** ist in Fig. 1 und 2, Taf. XV, dargestellt und zwar in Verticalprojection auf die zwei Pinakoide $c = \infty0(100)$. Der Habitus stimmt mit den Abbildungen der Chrysoberylle von Takowaja überein, wie sie Kokscharow[1]), Klein[2]), Cathrein[3]) geben.

Berechnung der Elemente, der Symbole und des Zwillingsgesetzes.

Da der Weg der Berechnung solcher Zwillinge noch nicht publicirt ist, möge das Beispiel ausführlicher gegeben werden.

Die **Messung** geschah unter Polarstellung des Pinakoids **c** $= \infty0(100)$, also nicht in der üblichen Mohs-Haidinger'schen Aufstellung. Unsere Aufstellung wurde vorgezogen wegen guter Ausbildung der Flächen **c** und weil in ihr resp. im entsprechenden Projectionsbild (Fig. 3, Taf. XV) die Zwillingsbildung sich am besten übersehen und discutiren lässt. Fläche c ist beiden Individuen gemein. Es sind also hier beide Krystalle auf die gleiche Fläche projicirt. Sie zeigen das gleiche Projectionsbild nur um einen Winkel gedreht und da **c** wie **a** ein Pinakoid ist, so ergeben sich die Elemente und Symbole für Projection auf a einfach durch Vertauschung der Axen.

Die Messung wurde durchgeführt, als ob das Paar ein einzelner Krystall wäre[4]); die Trennung der zu den einzelnen Individuen gehörigen Flächen wurde unter Beiziehung der Skizze im Projectionsbild vollzogen. Die zum zweiten Individuen gehörigen Flächen wurden mit ' bezeichnet. Nach Mes-

1) Mat. Min. Russl. Atlas Taf. 64, Fig. 9, 10.
2) Jahrb. Min. 1869, Taf. 7, Fig. 1.
3) Diese Zeitschr. 1882, **6**, 259, Fig. 4.
4) Vergl. diese Zeitschr. 1898, **30**, 348.

sen der oberen Hälfte wurde der Krystall umgedreht, neu aufgekittet, die andere Fläche **c** polar gestellt, die untere Hälfte gemessen und projicirt.

Der Krystall wurde behandelt, als wäre die Aufstellung (II) der Messung die definitive. In Bezug auf sie wurden die Elemente und Symbole bestimmt. Nachdem dies vollendet, wurden durch Vertauschung der Axen[1]) die Elemente und Symbole in die der Projection auf **a** (Aufstellung I) entsprechenden verwandelt.

Folgendes Schema und Beispiel im Verein mit dem Projectionsbild (Fig. 3, Taf. XV) illustriren das Verfahren. Ein Beispiel der Berechnung für das hexagonale System wurde in dieser Zeitschr. 1900, **32**, 566 gegeben.

Schema und Beispiel der Berechnung.

Obere Hälfte. Projection auf c. Polstellung $h_0 = 53^0 35'$. Kryst. 1: $v_0 = 242^0 25'$ Kryst. 2: $v_0 = 302\ \ 0$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nr.	Refl.-Bild	Qualit.	Buchst.	pq Proj. auf c	v	h	φ vom gemeins. Anf. $v - 242^0 25'$	$\varphi\varphi'$ Kryst. 1. 2 einzel orient. $v - 242^0 25'$ $v - 302\ 0$	$\varrho = h - 53^0 35'$	lg sinφ lg tg ϱ lgcosφ	lg pp_0 lg qq_0	pp_0 qq_0	p_0 q_0 $(p_0 : q_0)$	pq proj. auf a
18	+	s. gt.	c	0	—	$53^0 35'$	—	—	$0^0\ 0'$	—	—	—	—	∞0
26	+	z. gt.	o o'	1 1	$271^0 54'$ 272 36	96 40	$29^0 29'$ 30 11	$29^0 29'$ 29 24	43 5 „	969677 997092 993826	966769 990918	0,4653 0,8113	0,4653 0,8113	1 1
21	.	mittel-mäss.	o'	1	332 10	96 39	89 45	30 10	43 4	970115 997067 993680	967182 990747	0,4697 0,8081	0,4697 0,8081	1
25	+	s. gt.	n'	21	351 21	104 41	108 56	49 21	51 6	988007 009318 981387	997327 990705	0,9403 0,8073	0,4701 0,8073	12
20	.	mittel-mäss.	s'	20	31 58	96 53	149 33	89 58	43 18	—	997421	0,9423 —	0,4711 —	∞2
24	.	dopp.	r'	30	31 57	108 19	149 32	89 57	54 44	—	015048	1,4141 —	0,4714 —	∞3
14	.	schl.	a'	∞0	32 5	143 37	149 40	90 5	90 2	—	—	—	—	0∞
19	+	gt.	m	10	152 30	78 48	$\bar{89}$ 55	$\bar{89}$ 55	25 13	—	967262	0,4705 —	0,4705 —	∞
23	+	s. gt.	s	20	152 25	96 50	$\bar{90}$ 0	$\bar{90}$ 0	43 15	—	997345	0,9407 —	0,4703 —	∞2
38	.	mittel-mäss.	r	30	152 30	108 23	$\bar{89}$ 55	$\bar{89}$ 55	54 48	—	015155	1,4176 —	0,4725 —	∞3
35	.	gz. schw.	g	40	152 28	115 26	$\bar{89}$ 57	$\bar{89}$ 57	61 51	—	027159	1,8689 —	0,4672 —	∞4
28	+	s. gt.	a	∞0	152 24	143 36	$\bar{90}$ 1	$\bar{90}$ 1	90 1	—	—	—	—	0∞
22	.	dopp.	o	1	212 18	96 41	$\bar{30}$ 7	$\bar{30}$ 7	43 6	970050 997118 993702	967168 990820	0,4695 0,8095	0,4695 0,8095	1
15	+	z. gt.	k	2∞	192 58	143 35	$\bar{49}$ 27	$\bar{49}$ 27	90 0	—	(006773)	(1,1688)	(0,5844)	02

1) Vergl. Goldschmidt, Krystallogr. Winkeltabellen S. 8.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nr.	Refl.-Bild	Qualit.	Buchst.	pq Proj. auf c	v	h	φ vom gemeins. Anf. $v - 242^0 25'$	$\varphi\varphi'$ Kryst. 1,2 einzel orient. $v - 242^0 25'$ $v - 302\ 0$	$\varrho = h -$ $53^0 35'$	lg sinφ lg tg ϱ lg cosφ	lg pp_0 lg qq_0	pp_0 qq_0	p_0 q_0 $(p_0 : q_0)$	pq proj. auf b
30	.	schl.	l'	3	332⁰19′ → $332^0 19'$	$123^0 59'$	$89^0 54'$	$30^0 19'$	$70^0 24'$	970310 044845 993614	015155 038459	1,4176 2,4242	0,4719 0,8081	$\frac{1}{3}1$
13	.	ver-wasch.	q'	42	351 27	121 8	109 2	49 27	67 33	988072 038385 981299	026457 019684	1,8390 1,5734	0,4598 0,7867	$\frac{1}{2}2$
32	+	z. gt.	k'	2∞	351 33	143 33	109 8	49 33	89 58	—	(006927)	(1,1729)	(0,5864)	02
34	.	unsich.	h'	50	32 2	120 25	149 37	90 2	66 50	—	036865	2,3370	0,4674	∞5
39	.	schw.	n	21	192 21	104 29	$\bar{50}$ 4	$\bar{50}$ 4	50 54	988468 009008 980746	997476 989754	0,9435 0,7898	0,4717 0,7898	12
27	+	gt.	x	01	242 25	92 31	0 0	0 0	38 56	—	990734	0,8079	0,8079	10
41	.	ver-wasch.	ll'	3	272 6	123 15	29 41	29 41	69 40	969479 043113 993891	012592 037004	1,3364 2,3444	0,4448 0,7815	$\frac{1}{3}1$
17	+	gt.	b	0∞	242 21	143 49	$\bar{0}$ 4	$\bar{0}$ 4	90 14	—	—	—	—	0
42	.	ver-wasch.	ii'	∞	271 50	144 6	29 25	29 25	90 31	—	(975117)	(0,5638)	(0,5638)	01
29	.	schw.	β'	$\frac{1}{5}$	333 21	63 42	90 56	31 21	10 7	971622 925146 993146	896768 918292	0,0928 0,1524	0,4642 0,7620	51
43	+	gt.	m'	10	32 2	78 41	149 31	90 2	25 6	—	967065	0,4684	0,4684	∞
72	.	ver-wasch.	i	∞	212 29	143 13	$\bar{29}$ 56	$\bar{29}$ 56	89 38	—	(976027)	(0,5758)	(0,5758)	01
73	+	z. gt.	v	$\frac{1}{2}$	212 38	78 35	$\bar{29}$ 47	$\bar{29}$ 47	25 0	969611 966867 993847	936478 960714	0,2316 0,4047	0,4632 0,8094	21
74	.	ver-wasch.	β	$\frac{1}{5}$	212 48	64 29	$\bar{29}$ 37	$\bar{29}$ 37	10 54	969412 928459 993912	897871 922371	0,0952 0,1673	0,4760 0,8365	51

Erläuterungen zum Schema und Beispiel.

Col. 1 giebt die Nummer der Fläche in Skizze und Beobachtungsjournal.

Col. 2 giebt eine Abbildung des Reflexbildes (hier im Druck nur angedeutet).

Col. 3 enthält Angaben über Qualität der Fläche und des Reflexes.

Col. 6 und 7 geben die Ablesungen **vh** am φ- und ϱ-Kreis (Vertical- und Horizontalkreis).

Col. 10. ϱ berechnet aus Col. 7; $\varrho = h - h_0$; $h_0 = 53^0 35'$ = Polstellung des Instruments.

Col. 8. $\varphi = v - v_0$. Bestimmung von v_0. Herstellung eines vorläufigen Projectionsbildes durch Auftragen der Flächenpunkte aus v und $d = 5 \operatorname{tg} \varrho$ (Grundkreis mit 5 cm Radius). In diesem vorläufigen Bild liessen sich Elemente und Symbole abmessen, das Zwillingsgesetz erkennen und der erste Meridian ($v = v_0$) wählen. Der erste Meridian wurde so gewählt, dass *msrgh* den Meridian $\varphi = \bar{9}0^0$ erhielten;

xb den Meridian $\varphi = 0^0$. Unter Ausgleich der Werthe in diesen Meridianen ergab sich der erste Meridian bei $v = 242^0 25'$. Nämlich:

Nr. 23:	$152^0 25' - v_0 = \overline{9}0^0$;	$v_0 = 242^0 25'$	Mittel: $v_0 = 242^0 25'$.
- 38:	$152\ 30 - v_0 = \overline{9}0^0$;	$v_0 = 242\ 30$	
- 28:	$152\ 24 - v_0 = \overline{9}0^0$;	$v_0 = 242\ 30$	
- 27:	$242\ 25 - v_0 = 0^0$;	$v_0 = 242\ 25$	
- 17:	$242\ 21 - v_0 = 0^0$;	$v_0 = 242\ 21$	

Nun berechnen sich die φ bei gemeinsamem Anfang der Zählung für Kryst. 1 und 2 zu $\varphi = v - 242^0 25'$. Aus diesen φ (Col. 8) und den ϱ (Col. 10) wurde das definitive Projectionsbild hergestellt (Fig. 3, Taf. XV). Es unterscheidet sich von dem vorläufigen nur dadurch, dass es orientirt im Zeichenblatt sitzt.

Graphische Erkennung des Zwillings und Bestimmung des Zwillingsgesetzes. Wir bemerken im Projectionsbild eine Symmetrielinie[1]) (SS). Sie geht von c durch oo', ll', ii'. Jeder einem Flächenpunkt von Kryst. 1 correspondirende Punkt von Krystall 2 liegt zu ersterem symmetrisch in Bezug auf SS, z. B. m ist symmetrisch zu m', d. h. mm' ist $\perp$ SS und wird von SS halbirt. In unserem Fall haben wir nicht nur Halbirung der Winkel, sondern zugleich Halbirung der Längen. Das ist jedes Mal der Fall, wenn SS durch den Pol geht. Dann liegt der Symmetriepunkt (Umdrehungspunkt) u, der Punkt der Zwillingsebene im Unendlichen und zwar auf einem Meridian $NN \perp SS$. u ist in dieser Projection der Punkt einer Prismenfläche, deren Position wir nun schon kennen und deren Symbol wir anschreiben können, sobald wir den anderen Flächenpunkten des Bildes Symbole gegeben haben.

Col. 5. Symbolisirung der Flächenpunkte. Wir finden das Projectionsbild (Fig. 3, Taf. XV) in zwei Hälften gespalten, deren jede einem Individuum angehört, jede ein rhombisches System bildet. Wir wählen als Elemente:

$$p_0 = cm = ms = sr = on \ldots; \quad q_0 = mo = sn \ldots$$
$$= cm' = m's' = s'r' = o'n' \ldots; \quad = m'o' = s'n' \ldots$$

und können nun jedem Punkt sein Symbol anschreiben:

$$c = 0, \quad m = \bar{1}0, \quad s = \bar{2}0, \quad o = \bar{1}1 \ldots$$
$$m' = 10, \quad s' = 20, \quad o' = 1 \ldots$$

Die Symbole tragen wir in Col. 5.

Graphische Bestimmung der Elemente $p_0 q_0$. Wir messen im Projectionsbild mit dem Zirkel aus und finden:

$p_0 = 2{,}35$ cm	Somit: $p_0 = 0{,}47$
$q_0 = 4{,}05$ cm	$q_0 = 0{,}81$
für $h = r_0 = 5{,}00$ cm (Radius d. Grundkreises)	für $r_0 = 1{,}00$

Die Elemente zeigen, dass wir es mit Projection auf c zu thun haben, denn für diese ist aus den Elementen von Haidinger: $p_0 = 0{,}4700$; $q_0 = 0{,}8104$ (Aufst. II).

Das Symbol der Zwillingsebene (Umdrehungsebene) u können wir nun anschreiben. Ihr Punkt liegt im ∞ und dessen Meridian geht in beiden Krystallhälften von c durch den Punkt 31. Somit ist Zwillingsebene (310) = 3∞ (ϱ).

Col. 9. Um in Kryst. II den ersten Meridian ebenso zu legen, wie in Kryst. I, haben wir das Projectionsbild von II so zu drehen, dass $cm'r's'a'$ in die Richtung $cmrsa$ fällt. Wir wollen so drehen, dass Zone $[cm'r's'a']$ den Meridian 90^0 erhält.

1) Vergl. diese Zeitschr. 1898, **30**, 347.

Dazu haben wir den Winkel v_0' zu bestimmen, der von den Ablesungen v (Col. 6) der Flächen von Kryst. II abzuziehen ist. Zur Bestimmung von v_0' können wir in Zone $[ca']$ nur m' und s' gebrauchen, denn $r'h'a'$ sind nicht gut ausgebildet. Es ist:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für } s' \text{ (Nr. 20)}: & 31^0 58' - v_0' = 90^0;\quad v_0' = \overline{58}^0\ 2' \\ \text{- } r' \text{ (Nr. 43)}: & 32\ \ 2 - v_0' = 90^0;\quad v_0' = \overline{57}\ 58 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Mittel: } v_0' = \overline{58}^0 0' \\ \qquad\qquad = 302\ \ 0 \end{array}$$

Wir subtrahiren nun $v_0' = 302^0\,0'$ von den v von Kryst. II in Col. 6 und tragen die Werthe φ' in Col. 9 zu den $\varphi = v - 242^0\,25'$ des Kryst. I. Die $\varphi\varrho$ von Col. 9 sind nun als gemessene mit den gerechneten direct vergleichbar. Der Vergleich wurde S. 465 für die neuen Formen gegeben. Zu solchem Vergleich dienen die Winkeltabellen, hier eine solche für **c** als Pol (S. 464).

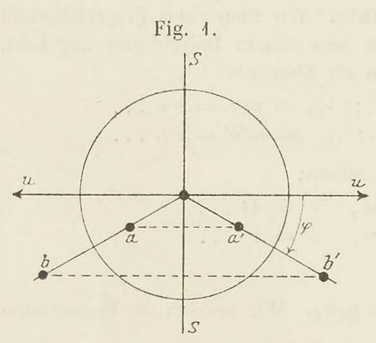
Bestimmung der Symbole aus der Winkeltabelle. Statt der graphischen Bestimmung und zu deren Controle können in der Winkeltabelle für Projection auf **c** (S. 464) aus den $\varphi\varrho$ der Col. 9, 10 die Symbole und Buchstabenbezeichnungen direct abgelesen werden.

Transformation der Symbole und Elemente für Projection auf a. Um die Symbole der Aufstellung II in die Aufstellung I (Projection auf a) zu bringen, haben wir zu transformiren:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Symbole: } pq1 \text{ (Aufst. II)} \doteqdot 1pq \text{ (Aufst. I) oder } pq \text{ (II)} \doteqdot \frac{1}{q}\frac{p}{q} \text{ (I)} \\ \text{Elemente: } p_0q_01 \text{ (Aufst. II)} \doteqdot 1p_0q_0 \text{ (Aufst. I) oder } p_0q_0 \text{ (II)} \doteqdot \frac{1}{q_0}\frac{p_0}{q_0} \text{ (I)} \end{array}\right\}$$ [1]

Col. 15. Die so transformirten Symbole tragen wir in Col. 15 und in **Col. 4** die zugehörigen Buchstaben aus Index oder Winkeltabellen. Dabei zeigt sich, welche Formen neu sind. Diesen legen wir neue Buchstaben bei.

Fig. 1.



Die **Berechnung der Zwillingsebene** (**u**) geschah oben graphisch. Nun möge sie auch in Zahlen gegeben werden. Wir wissen, es ist für u in Projection auf c $\varrho = 90^0$, es ist nun noch φ zu bestimmen. Wir haben schematisch (Fig. 1):

$$\varphi_s = \tfrac{1}{2}(\varphi_a + \varphi_{a'}) = \tfrac{1}{2}(\varphi_b + \varphi_{b'}) = \cdot\cdot - ;$$
$$\varphi_u = \varphi_s \pm 90^0.$$

Wir finden den wahrscheinlichen Werth durch die folgende Durchschnittsrechnung:

Nr. 26:	oo'	$\varphi_s = \frac{1}{2}(29^0 29' + 30^0 11') = 29^0 50'$		
- 22, 21:	oo'	$= \frac{1}{2}(\overline{30}\ \ 7 + 89\ 45) = 29\ 49$		
- 39, 25:	nn'	$= \frac{1}{2}(\overline{50}\ \ 4 + 108\ 56) = (29\ 26)$		
- 41:	ll'	. . . . $= (29\ 41)$		
- 23, 20:	ss'	$= \frac{1}{2}(\overline{90}^0\ 0' + 149^0 33') = 29\ 46$	}	Mittel: $\varphi_s = 29^0 48'$
- 19, 43:	mm'	$= \frac{1}{2}(\overline{89}\ 55 + 149\ 31) = 29\ 48$		
- 38, 24:	rr'	$= \frac{1}{2}(\overline{89}\ 55 + 149\ 32) = 29\ 48$		
- 28, 14:	aa'	$= \frac{1}{2}(\overline{90}\ \ 1 + 149\ 40) = 29\ 49$		
- 42:	ii'	. . . . $= (29\ 25)$		

Die Werthe in ( ) wurden als minder sicher von der Durchschnittsbildung abgeschieden. Die Richtung nach u giebt sich aus:

---

1) Vergl. Kryst. Winkeltabellen, Berlin 1897, 8.

$\varphi_u = 29^0 48' \pm 90^0 = \overline{6}0^0 12'$ resp. $119^0 48'$; $\varrho = 90^0$.

Das stimmt gut mit $\varrho = 3\infty$ (310),

wofür nach Haidinger's Elementen: $\varphi = 60^0\ 7'$, $\varrho = 90^0$

- - den Elem. uns. Kryst.: $\varphi = 60\ 12\cdot$, $\varrho = 90$

Berechnung der Elemente. Dazu dienen die Formeln[1]):

$x = pp_0 = \sin\varphi \operatorname{tg}\varrho$	für Domen po ist: $pp_0 = \operatorname{tg}\varrho$	für Prismen $\frac{p}{q}\infty$ ist: $\frac{pp_0}{qq_0} = \operatorname{tg}\varphi$.
$y = qq_0 = \cos\varphi \operatorname{tg}\varrho$	- - oq - $qq_0 = \operatorname{tg}\varrho$	

Col. 11 und 12 geben die zu diesen Rechnungen gehörigen Logarithmen aus den Winkeln $\varphi\varrho$ der Col. 9, 10; für die Prismen lg $(pp_0 : qq_0)$ in ( ).

Col. 13 enthält die Numeri zu Col. 12.

Col. 14 enthält die Elemente $p_0 q_0$, erhalten durch Division von pp_0, qq_0 (Col. 13) durch die Symbolzahlen p resp. q (Col. 5); für die Prismen $p_0 : q_0$ in ( ).

Der wahrscheinliche Werth von p_0 und q_0 berechnet sich als Durchschnitt aus den besten Messungen. Wir haben in unserem Beispiel:

Nr.	p_0	q_0
26	0,4653	0,8118
21	0,4697	0,8081
25	**0,4701**	**0,8073**
20	0,4711	—
19	0,4705	—
23	**0,4703**	—
38	0,4725	—
27	—	0,8079
43	0,4684	—
73	0,4632	0,8094

Mittel: $p_0 = 0{,}4690$; $q_0 = 0{,}8089$.

Es fragt sich, ob nicht statt dessen das Mittel aus den besten Messungen allein zu nehmen sei, nämlich aus Nr. 25 und 23:

$p_0 = 0{,}4702$; $q_0 = 0{,}8073$.

Letzteres ziehe ich vor. Es ist auch in besserer Uebereinstimmung mit den aus der unteren Krystallhälfte gewonnenen Elementen. Als Gesammtmittel der Elemente für oben und unten wurde angenommen:

$p_0 = 0{,}4704$; $q_0 = 0{,}8075$ (Aufstellung II).

Umrechnung der Elemente in Aufstellung I erfolgt nach der Formel[2]):

$$p_0 q_0 \text{ (II)} \div \frac{1}{q_0}\,\frac{p_0}{q_0} \text{ (I)}, \quad \text{also: } p_0 \text{ (I)} = \frac{1}{0{,}8075} = 1{,}2384$$

$$q_0 \text{ (I)} = \frac{0{,}4704}{0{,}8075} = 0{,}5826.$$

Nach Fertigstellung und Einsendung des vorliegenden Manuscriptes und des zu der folgenden Untersuchung »Zur Theorie der Zwillings- und Viellingsbildung ...« machte uns Herr Dr. G. Melczer Mittheilung über seine Untersuchungen am Chrysoberyll von Ceylon[3]). Von den durch ihn neu gefundenen Formen war eine {140} auch von uns beobachtet. Herr Dr. Melczer hatte zur Bezeichnung der Flächen andere Buchstaben gewählt, die er nicht ändern konnte wegen bereits erfolgter Gravirung der Tafeln, wir aber konnten leider seine Buchstaben nicht annehmen, ohne mit den Publicationen im Index und den Winkeltabellen in Widerspruch zu gerathen.

1) Vergl. diese Zeitschr. 1893, **21**, 214 und 223.

2) Vergl. Goldschmidt, Winkeltabellen 1897, S. 7.

3) S. S. 240—259 dieses Bandes.

Es gilt folgende **Identification:**

Melczer:	*c*	*b*	*a*	*l*	*m*	*s*	*r*	*q*	*i*	*k*	*x*	*n*	*p*	*o*	*h*	*g*	*f*
Gdt. u. Preisw.:	*b*	*a*	*c*	*e*	*m*	*s*	*r*	*q*	*i*	*k*	*x*	*n*	ζ	*o*	ε	δ	γ

Elemente. Die von Melczer mit grosser Sorgfalt bestimmten Elemente stimmen gut mit den von uns gefundenen. Noch besser ist die Uebereinstimmung mit den Elementen, die der im folgenden Aufsatz (S. 468) beschriebene Fünfling liefert und die genauer sind, als die bei dem Zwilling gefundenen. Alle differiren wenig von Haidinger's Elementen[1]), die im »Index« und den »Winkeltabellen« angenommen wurden. Das zeigt folgende Zusammenstellung:

	$a : b : c$	p_0	q_0
Melczer	0,4707 : 1 : 0,5823	1,2371	0,5823
Gdt. u. Preiswerk	0,4704 : 1 : 0,5826	1,2384	0,5826
Gdt. Fünfling	0,4710 : 1 : 0,5822	1,2361	0,5822
Haidinger[1])	0,4700 : 1 : 0,5800	1,2340	0,5800

Die neuen Elemente sind mit verbesserten Hülfsmitteln gewonnen, aus einer grösseren Zahl von Messungen hergeleitet und durch die unabhängige Arbeit verschiedener Beobachter gesichert. Es schien daher angezeigt, diese an Stelle der Haidinger'schen anzunehmen und trotz der Kleinheit der Differenz die Winkeltabellen neu zu berechnen.

Als wahrscheinlicher Werth kann das Mittel aus den Elementen von Melczer und denen des Fünflings gelten, nämlich:

$$a : b : c = 0,4708 : 1 : 0,5823; \quad p_0 = 1,2367, \quad q_0 = 0,5823.$$

Sie wurden den folgenden Winkeltabellen zu Grunde gelegt. In diese sind Melczer's neue Formen bereits aufgenommen.

Die **Winkeltabellen** mögen für zwei Aufstellungen gegeben werden:

Aufstellung I mit *b* als Polfläche, *mrs* als Prismenzone
Aufstellung II mit *c* als Polfläche, *ik* als Prismenzone.

Aufstellung I ist die übliche. Aufstellung II hat Vorzüge für manche Fälle der Messung und Discussion. Daher ist der Besitz einer besonderen Winkeltabelle für sie von Werth. Die Winkel φ' ϱ' ξ_0' η_0' ξ' η' der Aufstellung II ergeben sich einfach aus den φ ϱ ξ_0 η_0 ξ η der Aufstellung I. Denn es ist (»Winkeltabellen« S. 8):

$$\varphi' = \eta_0 \qquad \xi_0' = 90^0 - \varphi \qquad \xi' = \eta$$
$$\varrho' = 90^0 - \xi \qquad \eta_0' = 90^0 - \xi_0 \qquad \eta' = 90^0 - \varrho$$

1) Diese Elemente, zuerst ohne Angabe der Quelle in Mohs' Grundriss 1824, **2**, 348 publicirt, und deshalb meist Mohs'sche genannt, beruhen auf Messungen von Haidinger aus dem Jahr 1822, wie dieser Pogg. Ann. 1849, **77**, 233 constatirt. Sein $a : b : c = 1 : \sqrt{2,9731} : \sqrt{0,6567}$ entspricht unserem $a : b : c = 0,580 : 1 : 0,470$ (vgl. Klein, Jahrb. Min. 1871, 483).

Winkeltabelle (Aufstellung I).

[Projection auf $b = 0$ der üblichen Aufstellung.]

Rhombisch.

$a = 0{,}4708\cdot$	$\lg a = 967289$	$\lg a_0 = 990774$	$\lg p_0 = 009226$	$a_0 = 0{,}8086$	$p_0 = 1{,}2367$
$c = 0{,}5823$	$\lg c = 976515$	$\lg b_0 = 023485$	$\lg q_0 = 976515$	$b_0 = 1{,}7173$	$q_0 = 0{,}5823$

Nr.	Buchstab.	Symbol	Miller	φ	ϱ	ξ_0	η_0	ξ	η	x (Prismen) $(x:y)$	y	$d =$ tg ϱ
1	b	0	001	—	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0	0	0
2	a	0∞	010	0° 0′	90 0	»	90 0	»	90 0	»	∞	∞
3	c	$\infty 0$	100	90 0	»	90 0	0 0	90 0	0 0	∞	0	»
4	e	2∞	210	76 45	»	»	90 0	76 45	13 15	4,2476	∞	»
5	m	∞	110	64 47	»	»	»	64 47	25 13	2,1238	»	»
6	u	$\infty\frac{3}{2}$	230	54 46	»	»	»	54 46	35 14	1,4159	»	»
7	s	$\infty 2$	120	46 43	»	»	»	46 43	43 17	1,0619	»	»
8	r	$\infty 3$	130	35 18	»	»	»	35 18	54 42	0,7079	»	»
9	?f	$\infty\frac{7}{2}$	270	31 15	»	»	»	31 15	58 45	0,6068	»	»
10	g	$\infty 4$	140	27 58	»	»	»	27 58	62 2	0,5309	»	»
11	?h	$\infty 5$	150	23 1	»	»	»	23 1	66 59	0,4248	»	»
12	d	$\infty 6$	160	19 29·	»	»	»	19 29·	70 30·	0,3540	»	»
13	i	01	011	0 0	30 13	0 0	30 13	0 0	30 13	0	0,5823	0,5823
14	k	02	021	»	49 21	»	49 21	»	49 21	»	1,1646	1,1646
15	[ϱ]	03	031	»	60 12·	»	60 12·	»	60 12·	»	1,7469	1,7469
16	z	$\frac{2}{3}0$	203	90 0	39 30·	39 30·	0 0	39 30·	0 0	0,8245	0	0,8245
17	y	$\frac{1}{2}0$	102	»	31 44	31 44	»	31 44	»	0,6183	»	0,6183
18	x	10	101	»	51 2·	51 2·	»	51 2·	»	1,2367	»	1,2367
19	?p	16	161	19 29·	74 54	»	74 2	18 47·	65 31·	»	3,4939	3,7062
20	n	12	121	46 43	59 31	»	49 21	38 51·	36 13	»	1,1646	1,6988
21	ζ	$1\frac{3}{2}$	232	54 46	56 33·	»	41 8	52 48	28 46·	»	0,8735	1,5140
22	o	1	111	64 47	53 49	»	30 13	46 54	20 6·	»	0,5823	1,3669
23	ε	$1\frac{1}{3}$	313	81 5	51 23	»	10 59	50 31·	6 57·	»	0,1941	1,2518
24	δ	$1\frac{1}{5}$	515	84 37	51 10	»	6 38·	50 51	4 11·	»	0,1165	1,2422
25	γ	$1\frac{1}{10}$	10.1.10	87 18·	51 4·	»	3 20	51 0	2 6	»	0,0582	1,2381
26	l	$\frac{1}{3}1$	133	35 18	35 30·	22 24	30 13	19 36·	28 18	0,4122	0,5823	0,7135
27	w	$\frac{1}{2}1$	122	46 43	40 20·	31 44	»	28 7	26 21	0,6183	»	0,8494
28	v	21	211	76 45	68 31	67 59	»	64 56	12 19	2,4734	»	2,5410
29	α	31	311	81 5	75 5·	74 55	»	72 41	8 37	3,7101	»	3,7554
30	β	51	511	84 37	80 51	80 49	»	79 24	5 19	6,1835	»	6,2109
31	q	$\frac{1}{2}2$	142	27 58	52 49·	31 44	49 21	21 56·	44 43·	0,6183	1,1646	1,3186

Winkeltabelle (Aufstellung II).

[Projection auf $c = \infty 0$ der üblichen Aufstellung.]

Rhombisch.

$a = 1{,}7173$	$\lg a = 023485$	$\lg a_0 = 032711$	$\lg p_0 = 967289$	$a_0 = 2{,}1238$	$p_0 = 0{,}4708\cdot$
$c = 0{,}8086$	$\lg c = 990774$	$\lg b_0 = 009226$	$\lg q_0 = 990774$	$b_0 = 1{,}2367$	$q_0 = 0{,}8086$

Nr.	Buchstab.	Symbol	Miller	φ'	ϱ'	ξ_0'	η_0'	ξ'	η'	x' (Prismen) $(x':y')$	y'	$d' = \operatorname{tg} \varrho$
1	b	0∞	010	0° 0′	90° 0′	0° 0′	90° 0′	0° 0′	90° 0′	0	∞	∞
2	a	$\infty 0$	100	90 0	»	90 0	»	90 0	0 0	∞	0	0
3	c	0	001	—	0 0	0 0	0 0	0 0	»	0	»	»
4	e	$\frac{1}{2}0$	102	90 0	13 15	13 15	»	13 15	»	0,2354	»	0,2354
5	m	10	101	»	25 13	25 13	»	25 13	»	0,4708.	»	0,4708.
6	u	$\frac{3}{2}0$	302	»	35 14	35 14	»	35 14	»	0,7062	»	0,7062
7	s	20	201	»	43 17	43 17	»	43 17	»	0,9417	»	0,9417
8	r	30	301	»	54 42	54 42	»	54 42	»	1,4125	»	1,4125
9	?f	$\frac{7}{2}0$	702	»	58 45	58 45	»	58 45	»	1,6479	»	1,6479
10	g	40	401	»	62 2	62 2	»	62 2	»	1,8834	»	1,8834
11	?h	50	501	»	66 59	66 59	»	66 59	»	2,3542	»	2,3542
12	d	60	601	»	70 30·	70 30·	»	70 30·	»	2,8251	»	2,8251
13	i	∞	110	30 13	90 0	90 0	90 0	30 13	59 47	0,5823	∞	∞
14	k	2∞	210	49 21	»	»	»	49 21	40 39	1,1646	»	»
15	[ϱ]	3∞	310	60 12·	»	»	»	60 12·	29 47·	1,7469	»	»
16	z	$0\frac{3}{2}$	032	0 0	50 29·	0 0	50 29·	0 0	50 29·	0	1,2129	1,2129
17	y	02	021	»	58 16	»	58 16	»	58 16	0	1,6172	1,6172
18	x	01	011	»	38 57·	»	38 57·	»	38 57·	0	0,8086	0,8086
19	?p	61	611	74 2	71 12·	70 30·	»	65 31·	15 6	2,8251	»	2,9389
20	n	21	211	49 21	51 8·	43 17	»	36 13	30 29	0,9417	»	1,2412
21	ζ	$\frac{3}{2}1$	322	41 8	37 12	35 14	»	28 46·	33 26·	0,7062	»	0,7591
22	o	1	111	30 13	43 6	25 13	»	20 6·	36 11	0,4708.	»	0,9358
23	ε	$\frac{1}{3}1$	133	10 59	39 28·	8 55	»	6 57·	38 37	0,1570	»	0,8236
24	δ	$\frac{1}{5}1$	155	6 38·	39 9	5 23	»	4 11·	38 50	0,0942	»	0,8141
25	γ	$\frac{1}{10}1$	1.10.10	3 20	39 0	2 41·	»	2 6	38 55·	0,0471	»	0,8098
26	l	3	331	30 13	70 23·	54 42	67 36	28 18	54 29·	1,4125	2,4258	2,8072
27	w	2	221	»	61 53	43 17	58 16	26 21	49 39·	0,9417	1,6172	1,8715
28	v	$\frac{1}{2}$	112	»	25 4	13 15	22 11	12 19	21 29	0,2354	0,4043	0,4678
29	α	$\frac{1}{3}$	113	»	17 19·	8 55	15 5	8 37	14 54·	0,1570	0,2699	0,3118
30	β	$\frac{1}{5}$	115	»	10 36	5 23	9 11	5 19	9 9	0,0942	0,1617	0,1871
31	q	42	421	49 21	68 3·	62 2	58 16	44 43·	37 10·	1,8834	1,6172	2,4823

Charakterisirung der neuen Formen. Messungen. Die Resultate der Messung sind im Folgenden in der umgerechneten Form der Col. 9 und 10 des Schemas neben die berechneten Werthe aus Haidinger's Elementen und die aus den an unseren Krystallen gefundenen Elementen gestellt (vergl. Winkeltabelle S. 464). Die Flächen von Krystall 2 mit ' bezeichnet.

Buchstab.	Krystall-hälfte	Gemessen		Berechnet aus Haidinger's Elem.		Berechnet aus unsern Elem.		Bemerkungen
		φ	ϱ	φ	ϱ	φ	ϱ	
g	ob.	89°57'	61°51'	90° 0'	62° 0'	90° 0'	62° 2'	schmal, Refl. gut.
h'	ob.	90 2	66 50	90 0	66 57	90 0	66 59	schmal, Refl. verwaschen.
ll'	ob.	29 41	69 40	30 7	70 25	30 13	70 23	2 schm. Fl., Refl. zus.fall. verw.
l'	ob.	30 19	70 24					schmal, Refl. verwaschen.
ll'	unt.	30 10	69 23					2 schm. Fl., Refl. zus.fall. verw.
l	unt.	30 3	70 15					schmal, Refl. schwach.
α	unt.	30 6	17 43	30 7	17 20	30 13	17 19	schmal, Refl. gut.
β	ob.	29 58	10 54	30 7	10 37	30 13	10 36	schmal.
β'	ob.	31 21	10 7					zieml. breite Fl.
β	unt.	30 39	9 41					schmal.
q'	ob.	49 27	67 33	49 14	68 4	49 21	68 3	schmal, Refl. verwaschen.
q	unt.	49 33	68 0					guter Refl.
q'	unt.	48 51	67 21					schmal, Refl. verwaschen

Von diesen sind **lq** wichtig, β schwach, aber mit drei Flächen beobachtet, von denen eine ziemlich breit. **gh**α sind schwache Formen. **g**α können als gesichert gelten, **h** ist mit Wahrscheinlichkeit nachgewiesen, doch wäre eine Bestätigung zu wünschen. Es wurde in der Winkeltabelle mit ? bezeichnet.

Entwickelung der Formen.

Discussion der Zahlenreihen. Wir finden im Gesammtbild der beobachteten Chrysoberyll-Formen drei Hauptzonen (Taf. XV, Fig. 4):

Zone p (Aufst. II).

Buchst.:	c	β	α	v	o	w	l	i
pq (Aufst. II) =	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	∞

Die Reihe klärt sich, wenn wir o als Primärknoten ansehen. Wir haben dann:

Inneres Stück.

Buchst.:	o	v	α	β	c	β	α	v	o	
pq =	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	0	$\bar{\frac{1}{5}}$	$\bar{\frac{1}{3}}$	$\bar{\frac{1}{2}}$	$\bar{1}$	(Symmetr. Form)
$\frac{1-p}{1+p}$ =	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$	2	3	∞	

Das ist die reine Normalreihe $\mathbf{N}_3$ (diese Zeitschr. 1897, **28**, 16).

Aeusseres Stück.

Buchst.:	o	w	l	i	l	w	o
$pq =$	1	2	3	∞	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$
$\frac{p-1}{p+1} =$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	∞

Das ist die Normalreihe N_2 mit Anfang von N_3. Entfällt das von uns nicht beobachtete w, so haben wir $N_2 = 0\ \frac{1}{2}\ 1\ 2\ \infty$.

Wir schliessen, dass die Entwickelung in dieser Zone von o ausgeht und stärker nach innen ist, als nach aussen. Die innere Dominante c ist wichtiger als die äussere i.

Zone p0 (Aufst. II).

Buchst.:	c	e	m	u	s	r	(f)	g	(h)	d	a
pq (Aufst. II) $=$	0	$\frac{1}{2}0$	10	$\frac{3}{2}0$	20	30	$\frac{7}{2}0$	40	50	60	$\infty 0$
$p =$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	3	$(\frac{7}{2})$	4	(5)	6	∞

In dieser Reihe sind fh unsicher, ud von uns nicht beobachtet. Die Reihe klärt sich durch Division durch 2, d. h. Verlegung der Dominante nach s. Wir erhalten:

$$\tfrac{1}{2}p = 0\quad \tfrac{1}{4}\quad \tfrac{1}{2}\quad \tfrac{3}{4}\quad 1\quad \tfrac{3}{2}\quad (\tfrac{7}{4})\quad 2\quad (\tfrac{5}{2})\quad 3\quad \infty$$

Die zwei Hälften sind ungleich. Die Entwickelung nach aussen stärker als nach innen. Wir spalten bei s und erhalten:

$\frac{p}{1-p} =$	0	$\frac{1}{3}$	1	3	∞	.				
$p-1 =$	.	.	.	0	$\frac{1}{2}$	$(\frac{3}{4})$	1	$(\frac{3}{2})$	2	∞

Die Reihe klärt sich, wenn wir die unsicheren fh weglassen. Wir haben dann im äusseren Stück die Normalreihe $N_2 = 0\ \frac{1}{2}\ 1\ 2\ \infty$ mit den Endknoten sa. $h = \frac{3}{2}$ erscheint als Anfang der Entwickelung N_3. Im inneren Stück schwache Entwickelung. u, von uns nicht beobachtet, jedenfalls eine schwache Form. e von Melczer angegeben, passt gut in die Reihe.

Zone p1 (Aufst. II) ist durch Melczer's Messungen in reicherer Entwickelung bekannt geworden.

Inneres Stück.

	o	ε	δ	γ	x	γ	δ	ε	o
pq (Aufst. II) $=$	1	$\frac{1}{3}1$	$\frac{1}{5}1$	$\frac{1}{10}1$	01	$\frac{\bar{1}}{10}1$	$\frac{\bar{1}}{5}1$	$\frac{\bar{1}}{3}1$	$\bar{1}1$
$\frac{1-p}{1+p} =$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{11}$	1	$\frac{11}{9}$	$\frac{3}{2}$	2	∞

$\frac{9}{11}$, $\frac{11}{9}$ entsprechend $\gamma = \frac{1}{10}1$ passen schlecht in die Reihe. Die Form dürfte als Vicinale zu x anzusehen sein.

Aeusseres Stück.

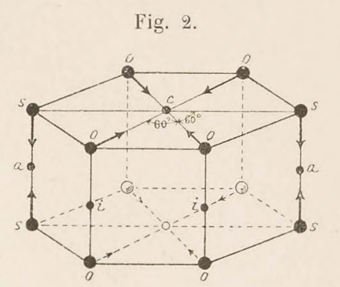
	o	ζ	n	$?p$	a
pq (Aufst. II) $=$	1	$\frac{3}{2}1$	21	61	$\infty 0$
$p-1 =$	0	$\frac{1}{2}$	1	5	∞

5 entsprechend dem fraglichen p passt nicht in die Reihe.

Anlage und Bau der Chrysoberyllpartikel können wir auf Grund obiger Discussion der Reihen folgendermassen deuten (Fig. 2, S. 467): Anlage

hexagonal. Zwölf Primärknoten mit dem gleichen Molekül besetzt. Aber von diesen acht (*o*) mit einer Vorzugsrichtung gegen den Pol *c*, die vier anderen (*s*) mit Vorzugsrichtung gegen den Aequator (*a*). Die Vorzugsrichtungen in der Figur durch —> angedeutet. Durch diese Verschiedenheit entsteht die rhombische Symmetrie.

Fig. 2.



Entwickelung der Formen durch die Primärknoten (vgl. beist. Fig. 2 m. Fig. 4 Taf. XV).

Primärzonen. 1. [*oco*] mit der Primärdominante *c* nach innen; [*oio*] schwach mit Primärdominante *i* nach aussen. *c* verstärkt durch den Schnitt der drei Primärzonen.

2. [*oxo*] mit der Primärdominante *x* nach innen. Das äussere Stück [*ona*] dürfte als Secundärzone anzusehen sein, d. h. als Zone zwischen dem Primärknoten *o* und der Primärdominante *a*.

3. [*sas*] stark nach aussen mit der Primärdominante *a*; [*scs*] schwach nach innen. Vielleicht ist *a* ein selbständiger Primärknoten.

Beachtenswerth für die Anlage sind die Winkel *ii*, *ia* nahe 60°; *oo*, *ss* nahe 90°. Eine speciellere Discussion der Entwickelung wird möglich sein, wenn mehr Formen des Chrysoberyll sichergestellt sein werden.

XVIII. Zur Theorie der Zwillings- und Viellingsbildung,

illustrirt am Chrysoberyll.

Von

V. Goldschmidt in Heidelberg.

(Hierzu Taf. XV Fig. 3—12 und 5 Textfiguren.)

In einer Abhandlung »über nicht parallele Verknüpfung der Krystallpartikel«[1]) hat der Verfasser versucht, eine genetische Erklärung der Zwillings- und Viellingsbildung zu geben. Zu den dort entwickelten Anschauungen geben die Chrysoberylle eine interessante Illustration, die besonders klar ist wegen der vortrefflichen Ausbildung der Krystalle.

Formell ist das Zwillingsgesetz beim Chrysoberyll ausgedrückt durch: Zwillingsebene (Umdrehungsebene) = Grenzfläche: $\varrho = 03(031)$ (Aufst. I) = $3\infty(310)$ (Aufst. II).

Genetisch ist diese Angabe unbefriedigend. Man sieht nicht ein, wieso ϱ, formell Zwillingsebene und Grenzfläche, genetisch die Rolle der Verwachsungsebene spielen soll, d. h. wieso ϱ die gegenseitige Richtung und Verknüpfung der Partikel beider Individuen bestimmen soll, da ja ϱ eine schwache Form ist, die am Chrysoberyll bisher nie beobachtet wurde. Auch das Freisein der Zone $c\varrho$ von Punkten (im Gesammtbild der Formen des Chrysoberyll, Fig. 4, Taf. XV) zeigt die Schwäche von ϱ. Es wurde aber gezeigt, dass die Verwachsung der Embryonalpartikel, deren Grenzfläche zur Verwachsungsebene des Zwillings wird, stattfindet durch Einrichten von besonders wichtigen Kraftrichtungen (Primärknoten) der Partikel. Ein solcher Primärknoten ist ϱ entschieden nicht. In der That ist nicht eine Partikelkraft ϱ als Ursache der Verknüpfung der Embryonalpartikel zur Zwillingsbildung anzusehen, diese ist vielmehr anders zu erklären, wie wir im Folgenden darlegen wollen.

1) Diese Zeitschr. 1898, **29**, 361.

Das Gesammtbild der Formen des Chrysoberyll projicirt auf c (Taf. XV, Fig. 4) zeigt die fast genau hexagonale Symmetrie der Elemente des Minerals. Die Meridianwinkel $ai = 59^0\,53'$, $ii = 60^0\,7'$ nahezu 60^0. Die Poldistanzen $cs = 43^0\,17'$, $co = 43^0\,6'$ nach der Winkeltabelle S. 464; nach der Messung $cs = 43^0\,18'$, $43^0\,15'$, $43^0\,17'$ ...

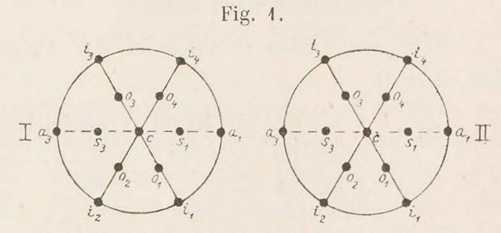
$co = 43 \quad 5, 43 \quad 7, 43 \quad 8$ ...

Also cs von co nur um Minuten verschieden. Die Elemente in dieser Aufstellung $p_0 : q_0 = 0{,}4708 : 0{,}8086 = 1 : 1{,}717$, nahezu $1 : \sqrt{3} = 1 : 1{,}732$. Wir haben die starken pseudohexagonalen Axenzonen $[coi]$ und $[csa]$ und die schwachen Zwischenaxen $[cb]$ und $[c\varrho]$. Die starken sind die genetisch wirksamen, in dem Sinne, dass bei Verknüpfung zweier freier Partikel (Embryonalpartikel) I und II Hauptrichtungen dieser sich parallel richten.

Den Vorgang der Verknüpfung der zwei Embryonalpartikel unseres Chrysoberyllzwillings können wir uns folgendermassen vorstellen. Die zwei Partikel nähern sich und richten einander ein im Momente der Anheftung, so zwar, dass sich die Flächen einer der beiden stärksten Primärzonen $[ioc]$ z. B. $[i_2 o_2 c]$ parallel richten. Das kann auf zwei Arten geschehen:

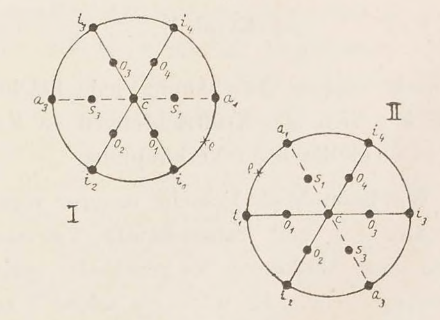
1. Auch die andere Zone $[oco]$ richtet sich ein. Dann decken sich alle gleichwerthigen Punkte und wir haben parallele Verwachsung (Fig. 1).

Fig. 1.



2. Die andere Zone $[oco]$ von II richtet sich fast genau auf Zone $[scs]$ von I (Fig. 2), wobei die Zonenebenen $[iai]$ in I und II zusammenfallen. Ein solches Einrichten ist möglich, weil die Winkel ia und ii fast genau 60^0, die Winkel cs und co fast gleich sind. Das ist unsere Zwillingsverwachsung.

Fig. 2.



Die Zonenebene $[o_2 c o_4]$ richtet sich mit allen Flächen ein, ihre Zonenebene ($\perp \varrho$) ist Symmetrieebene der Gruppe, ϱ oder i kann als Zwillingsebene (Umdrehungsebene) angesehen werden.

Warum ϱ d. h. die Zonenebene $[o_2 c o_4]$ vor i als Grenzfläche, das ist Verknüpfungsfläche der Embryonalpartikel, den Vorzug hat[1]), lässt sich

1) Quenstedt bildet einen Drilling ab mit i als Grenzfläche (Handb. 1863, 305) doch zweifelt Hessenberg (Senckenb. Abh. 1863, **4**, 27), ob hier Beobachtung vorliegt oder nur eine zum Zweck der Erläuterung construirte Figur.

nicht mit Sicherheit sagen. Es liegt aber die Vermuthung nahe, dass wenn die Zwillingsebene nicht eine Primärfläche ist, sondern eine Primärzonenebene, deren Flächen sich parallel richten, diese Zonenebene die Verwachsungsebene der Embryonalpartikel und dadurch Grenzfläche ist. Es bleibt zu untersuchen, ob dies allgemein gilt.

Wir haben bei unserem Zwillingsgesetz:

1. Deckung der Zone $[o_2 c o_4]$ mit allen Flächen.
2. Decken der Zonenebene $[i^4 a i_4]$ mit fast genauer Einrichtung aller Flächen.
3. Symmetrische Verwachsung in Bezug auf $\varrho =$ Zonenebene $[o_2 c o_4]$.
4. Heteroaxiale oder schiefe Verwachsung. Es decken sich fast genau die ungleichwerthigen Primärzonen $[o c o]$ und $[s c s]$ mit allen ihren Punkten. Aber auch jede Fläche mit rationalen Indices von Kryst. I deckt sich fast genau mit einer ebensolchen in Kryst. II, so dass jeder Flächenpunkt rational auf die Elemente des einen wie des anderen Individuums bezogen werden kann.

Wir sehen das deutlich in der Projection auf c (Taf. XV, Fig. 3). Da ist z. B.

$v = \bar{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}$ für Kryst. I zugleich $= \bar{1}0$ für Kryst. II.
$l' = 60$ - - - - $= 3$ - - -
$q' = 5\bar{1}$ - - - - $= 42$ - - -

Es gilt allgemein die Transformation:

$$pq \text{ (Kryst. I)} \div \frac{p - 3q}{2} \frac{p + q}{2} \text{ (Kryst. II)}.$$

Da nach unserer Anschauung jede Flächennormale eine Kraftrichtung ist, so decken sich alle Kraftrichtungen an Kryst. I mit solchen von Kryst. II. Das bewirkt die feste Verknüpfung.

Wir könnten als Ursache unserer regelmässigen Verwachsung **Drehung um Axe $\perp$ c** und **heteroaxiale Verwachsung** der Partikel annehmen. Gegen diese Auffassung als genetische spricht bei unserem Zwilling die Verwachsungsebene. Es wäre als solche c zu erwarten und ein Vertauschen der Richtungen innerhalb eines scheinbar einheitlichen Krystalles. Das dürfte in der That häufig vorkommen. Dafür spricht das optische Verhalten wie es Mallard (Bull. soc. franç. 1882, **5**, 237, Cymophane; diese Zeitschr. **9**, 404) beschreibt und deutet.

Viellinge beim Chrysoberyll sind von Verschiedenen beschrieben worden. Der Thatbestand ist klargelegt, doch möge hier eine genetische Erklärung der verschiedenen Arten versucht werden. Zur Illustration

mögen die Figg. 5—8, Taf. XV dienen. Sie geben projicirt auf *c* den gewöhnlichen Zwilling, dann die Vierlinge, wie sie Hessenberg Taf. 2, Fig. 27—30 nach J. D. Dana abbildet. Jede Krystallfigur umgeben von den Chrysoberyll-Partikeln in stereographischer Projection, so orientirt, wie sie sich zu dem betreffenden Vielling zusammenlegen. Neben jedem Krystalltheil steht die Partikel von gleicher Orientirung. Als Anhalt für die Orientirung der Individuen im Zwilling dient die Streifung. Sie geht stets parallel der Kante *ac* und steht daher senkrecht auf der Zonenlinie *aca* in der Partikel.

Anmerkung. Die Projection einer Krystallpartikel mit ihren Knoten ist die gleiche, wie die Projection eines aus solchen gebauten Krystalles mit seinen Flächen. Wir können also ein solches Projectionsbild zugleich und abwechselnd als Bild der Partikel oder des Krystalles ansehen. Die Zusammenstellung der Partikelbilder giebt ein Bild der Verwachsung mehrerer Individuen.

Wir sehen, dass bei allen abgebildeten Viellingen nur Partikel von drei Orientirungen auftreten, jedes gegen das benachbarte um 60^0 um die *c*-Axe gedreht.

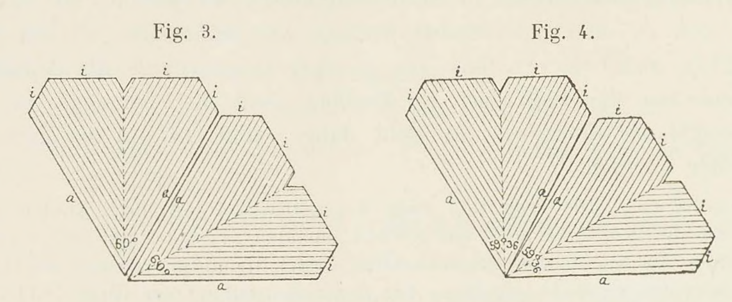
Taf. XV, **Fig. 5.** Zwilling bildet sich so, dass zwei Embryonalpartikel (I und II) sich in Orientirung 1, 2 in einem Punkte der Grenzlinie verknüpfen und weiter wachsen, indem an I und II weitere Partikel sich parallel anlegen.

Taf. XV, **Fig. 6.** Sechs Partikel (1—6) treten zu einer ringförmigen Embryonalgruppe[1]) zusammen im Anfangspunkt (Mittelpunkt) des Gebildes. Durch parallele Anlegung an die sechs embryonalen Partikel wächst jede derselben zu einem Krystall aus. Es bildet sich der Sechsling. Die Partikel 1 und 4, 2 und 5, 3 und 6 sind gleich orientirt.

Taf. XV, **Fig. 7.** Hier zeigen sich ausser der zarten Streifung parallel Kante *ca* sechs starke Fugen (in der Figur stärker ausgezogen). Es ist eine Gruppe von zwölf Individuen. Die Partikel aber auch nur in den drei Orientirungen von Fig. 6. Die Bildung können wir uns folgendermassen vorstellen: Im Anfangspunkt tritt ein Embryonalring aus sechs Pärchen zusammen. Jedes der Pärchen (1.2) (2.3) (3.4) (4.5) (5.6) vereinigt wie beim Zwilling Fig. 5. Jedes durch parallele Anlagerung zu einem Zwilling auswachsend. Nun ist der Winkel an der inneren Spitze der Zwillinge nicht genau 60^0, sondern kleiner. Bei dem oben beschriebenen Zwilling wurde der äussere Winkel an der Spitze zu $59^0 31'$ bestimmt, wenn sich die Partikel in den Pärchen genau orientiren. Es entsteht ein Grenzconflict betreffs Ausfüllung des Winkelraumes von 360^0 um den Embryonalpunkt, den Fig. 3 und 4 (S. 472) darstellen mögen. Wären die Winkel der inneren Spitzen genau 60^0, so legten sich die Flächen *aa* glatt aneinander. Es entstände ein Verschmelzen der parallel orientirten Nachbarindividuen

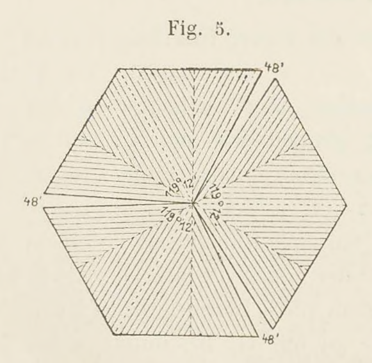
1) Vergl. diese Zeitschr. 1898, **29**, 365.

(Fig. 3). Ist der Winkel, wie hier, kleiner als 60°, so entsteht ein Klaffen, eine Grenzfuge, die sich unregelmässig mit der Substanz beider Nachbarn füllt und leicht als Rinne bemerkbar bleibt. Auch entsteht ein Schwanken in Orientirung der Pärchen gegen einander. Wäre der Winkel grösser als


Fig. 3. Fig. 4.

60°, so entstände ein Ueberschieben in die gegenseitigen Gebiete. Ob unter solchen Umständen Sechslinge zu Stande kommen, wäre zu untersuchen. Ich weiss nicht, ob es schon geschehen ist.

Taf. XV, **Fig. 8.** Neun Individuen bilden die Gruppe. Je drei Partikel sind in engeren Verband getreten: (2.3.4) (4.5.6) (6.1.2). Sie bilden je eine Embryonalgruppe, aus der durch parallele Anlagerung weiterer Partikel je ein Drilling erwächst. Der Winkel an der inneren Spitze jeder dieser Drillinge ist nicht genau 120°, sondern kleiner. (Nach obiger Messung $2 \times 59^0 36' = 119^0 12'$.) Es entsteht ein Schwanken beim Auftheilen des Winkelraumes von 360° um den Embryonalpunkt, daher die dreimalige Fuge von im Mittel circa 48′ Winkel.


Fig. 5.

Wir können es auch so auffassen: Zwölf Individuen bilden engere Verbände von je zwei Zwillingspärchen nach Fig. 5 Taf. XV. Je zwei Pärchen legen sich glatt aneinander zu einem Doppelpärchen, wobei ihre inneren Individuen durch genaues Parallel-Legen in eins verschmelzen; wie nebensteh. Fig. 5 übertrieben und schematisch darstellt. Die Fuge ist die Grenze zwischen den einzelnen engeren Verbänden. Letztere Deutung scheint mir die bessere.

Nicht wesentlich verschieden aber historisch (d. h. der Folge der Vorgänge nach) präciser, ist folgende Auffassung. Es vollzieht sich zuerst die Vereinigung der freien Embryonalpartikel zum engeren Verband; diese Verbände, so lange sie klein und beweglich (embryonal) sind, legen sich aneinander, oder es rückt der eine in den Winkelraum des anderen ein. Jedes Individuum wächst dann für sich durch paralleles Anlagern weiter.

Die ganze Fuge erscheint dann als die Linie des nachträglichen Zusammenrückens.

Illustrirt wird diese Deutung durch eine Gruppe von Greenfield, welche Hessenberg abbildet[1]) und die hier reproducirt werden möge, da Hessenberg's Abhandlung Vielen nicht zugänglich ist (Taf. XV, Fig. 9).

Wir sehen da von einem Punkt ausgehend, der durch die Streifung angezeigt ist, zwei engere Verbände; oben von drei, unten von vier Individuen (oder auch oben von zwei, unten von drei Pärchen). An der Grenze der engeren Verbände erscheint rechts eine starke Fuge, links ist ein Winkelraum von ca. 60° offen geblieben. Die fertige obere Gruppe hat sich vermuthlich an die fertige untere angelegt und beide sind so weiter gewachsen. Zur Ausfüllung des Winkelraumes links hat sich zur Zeit der Anfangsbildung eine passende Zwillingsgruppe nicht gefunden.

Chrysoberyllfünfling von Ceylon.

Es erschien wichtig, die oben gegebenen Schlüsse über Viellingsbildung im Allgemeinen und speciell am Chrysoberyll an einem neuen Beispiel zu prüfen und dabei gerade auf die Punkte zu achten, die für die gegebene Auffassung charakteristisch sind. So auf die Frage: Welche Flächen der vereinigten Individuen haben den gleichen Projectionspunkt oder fallen gar in dieselbe Ebene? Sind es gerade die stärksten Flächen, die Primärknoten oder Primärdominanten, die das thun?

Ein solches Beispiel bot ein vortrefflich ausgebildeter flächenreicher Vielling, den der Verfasser 1894 aus Ceylon mitgebracht hat. Der Krystall ist von grünlichgelber Farbe, seine Länge ist 18 mm, die Breite 14 mm, die Dicke 10 mm. Fig. 10, Taf. XV giebt das Kopfbild der oberen, Fig. 11 das der unteren Hälfte; die Grössenverhältnisse möglichst genau nach der Natur. Er ist nach dem gewöhnlichen Alexandrit-Gesetz gebildet. Sechs Individuen mit *c* deckend, um die *c*-Axe um je 60° gedreht, wie oben beschrieben. Eines der Individuen (6) fehlt. Es ist ausgebrochen oder nicht entwickelt. Es fanden sich folgende Flächen:

Kryst.	Oben	Unten
1	*c b a i . x m s . . . o .*	*c b a i . x . . s r . . o . .*
2	*c b a i k x . s r g (d) o .*	*c b a i k x . m s r g . o n q*
3	*c b a i k x m s r g . o n*	*. b a i k x . m s r g . o n .*
4	*. b . i . x . . . . o .*	*. b . i . x y . . . . (d) o . .*
5	*c . a i . x . . . . . o n*	*. b a i . . . .*

1) Senckenb. Abh. 1863, **4**, Taf. II, Fig. 23.

Von den neuen Flächen des S. 455 beschriebenen Zwillings fanden sich hier:

- g mit vier scharfen Flächen. Das bestätigt die Wichtigkeit von *g*, die aus der Discussion der Zahlenreihe hervorgeht (S. 466),
- q mit einer schwachen aber sicheren Fläche.

Von Formen die am obigen Zwilling fehlen, aber von anderen Autoren angegeben sind:

- y mit einer sehr guten Fläche,
- d? fraglich, schwach, 1—2⁰ von der berechneten Position abweichend.

Die **Elemente** liessen sich dank dem Flächenreichthum und der Güte der Reflexe noch genauer bestimmen, als bei dem obigen Zwilling. Sie ergaben als Mittel aus den 35 besten Messungen:

$$\left.\begin{array}{l} p_0 = 0{,}4710 \\ q_0 = 0{,}8090 \end{array}\right\} \text{(Aufst. II)}, \quad \text{oder:} \quad \left.\begin{array}{l} p_0 = 1{,}2361 \\ q_0 = 0{,}5822 \end{array}\right\} \text{(Aufst. I)}.$$

Ich halte diese Elementbestimmung noch für etwas genauer, als die an dem Zwilling S. 461.

Das **Projectionsbild** Taf. XV, Fig. 12 zeigt die Projectionspunkte der oberen Krystallhälfte für c als Polfläche, und zwar so, wie es unmittelbar durch Auftragen der Flächenpunkte aus den gemessenen Positionswinkeln $(\varphi\varrho)$ der als einheitlicher Krystall behandelten Gruppe erhalten ist. Es ist das genaue Abbild der Beobachtung ohne Idealisirung.

Das gnomonische Bild der unteren Fläche wurde nicht abgedruckt, um Raum zu sparen, es zeigt die gleichen Erscheinungen.

Im Projectionsbild trägt der Buchstabe der Fläche die Nummer des Krystallindividuums, an dem die Fläche sitzt, ebenso in den Kopfbildern (Taf. XV, Fig. 10 und 11). So bedeute s_3 eine Fläche *s* am Individuum 3.

Die Gruppe bildet ein **zusammengesetztes System** von hexagonaler Symmetrie. Die Punkte weichen von den dem hexagonalen System entsprechenden Orten nur wenig ab, so wenig, dass es bei den kleinen Dimensionen der Figur fast nicht zu sehen ist. Aber auch in den Originalbildern mit 5 cm Radius des Grundkreises sind die Abweichungen unbedeutend. Sie bewegen sich in Grenzen wie bei einem gut ausgebildeten einfachen hexagonalen Krystall. Wenn man die Einzelindividuen des Chrysoberyll nicht kennte, nicht die einspringenden Winkel und die Eigenthümlichkeit der Flächenbeschaffenheit, sowie die physikalischen Verhältnisse (Spaltung, Optik), aus dem Projectionsbild allein würde man die Gruppe für einen hexagonalen Krystall halten.

Das **Zusammenfallen von Punkten** mehrerer Krystalle entsprechend den Parallelstellen mehrerer Flächen beobachten wir an mehreren Stellen. Wir finden im Projectionsbild folgende Punkte zusammenfallend:

In der oberen Hälfte: $(o_1\,o_2)$; $(o_3\,o_4\,s_2)$; $(o_4\,o_5\,s_3)$; $(o_3\,s_1)$; $(c_1\,c_2\,c_3\,c_5)$
- - unteren - : $(o_1\,o_2)$; $(o_3\,o_4\,s_2)$; . . $(c_1\,c_2\quad)$
am Rand : $(a_2\,a_5\,i_3\,i_4)$; $(i_1\,i_2)$; $(i_2\,i_3\,a_4)$; $(a_1\,i_5)$.

Von diesen sind nicht nur parallel, sondern **fallen in dieselbe Ebene:**

oben die Flächen: $(c_1\,c_2\,c_3\,c_5)$; $(o_1\,o_2)$; $(s_2\,o_3)$; $(s_3\,o_4)$
unten - - : $(c_1\,c_2\quad)$; $(o_1\,o_2)$; . $(s_3\,o_4)$
am Rand : $(i_1\,i_2)$?.

Die Gleichheit der Richtungen ist keine absolute. Die Reflexe weichen um eine Anzahl Minuten ab. So z. B.:

oben bei $(o_1\,o_2)$ um 11′, bei $(o_4\,o_5\,s_3)$ um 10′ resp. 32′ } in Bezug auf φ.
unten bei $(o_1\,o_2)$ um 52′, bei $(o_3\,s_2)$ um 8′ }

Solche Abweichung ist aber auch bei paralleler Verwachsung mehrerer Individuen die gewöhnliche Erscheinung.

Interessant und genetisch wichtig ist bei den **heterogenen Flächen** $(s_2\,o_3)$ und $(s_3\,o_4)$ oben sowie $(s_3\,o_4)$ unten das Decken nicht nur der Projectionspunkte, sondern das **Zusammenfallen in eine Ebene.** Dass hier nicht ein Zufall waltet, zeigt die Wiederholung der gleichen Erscheinung oben und unten und mit den entsprechenden Flächen; sowie die Vollkommenheit der Coincidenz. Es ist ferner hervorzuheben, dass ausser **c** gerade **o** und **s** zusammenfallen, die wir aus der Formenentwickelung als Primärknoten und somit als Träger der Hauptattractionskräfte kennen gelernt haben.

Dies Zusammenfallen heterogener Flächen zeigt ein gemeinsames gleichmässiges Fortwachsen. Aus diesem ist man geneigt zu schliessen, dass die Intensität der Attraction, d. h. die Kraft ihrer Normalen nahezu gleich ist für diese heterogenen Flächen[1]), sonst bliebe die eine beim Wachsen hinter der anderen zurück. Zeigt sich dieser Schluss als zuverlässig, so ist er wichtig, denn es ist unsere nicht leichte Aufgabe, die Intensität der krystallbauenden Kräfte, zunächst die relative, zu ermitteln.

Analogon. Wir finden das Analoge bei anderen Krystallarten, z. B. beim **Orthoklas.** Als Hauptprimärknoten erscheinen da **P** = 0 (001) und **M** = 0∞ (010). Eine Discussion der Zwillingsgesetze[1]) bei den Feldspäthen zeigte **P** und **M** als ausschliessliche Verwachsungsebenen. Beim Bavenoer Gesetz *P* und *M* mit Vorliebe in eine Ebene fallend. Beim Karlsbader Gesetz fallen $P = 0\,(001)$ und $x = -10\,(\bar{1}01)$ fast genau in gleiche Richtung, und wir haben viele Zwillinge (Striegau, Baveno, . . .), bei denen die *P*- und *x*-Flächen in eine zusammenfallen, so zwar, dass nur an Zeichnungen oder Färbungen die Gebiete beider unterschieden werden.

Quarz. Verwachsung nach der Hauptaxe. Drehung 60°. Die primären nicht ganz gleichwerthigen Rhomboëder r und $\varrho = \pm 10$ richten sich parallel und fallen in

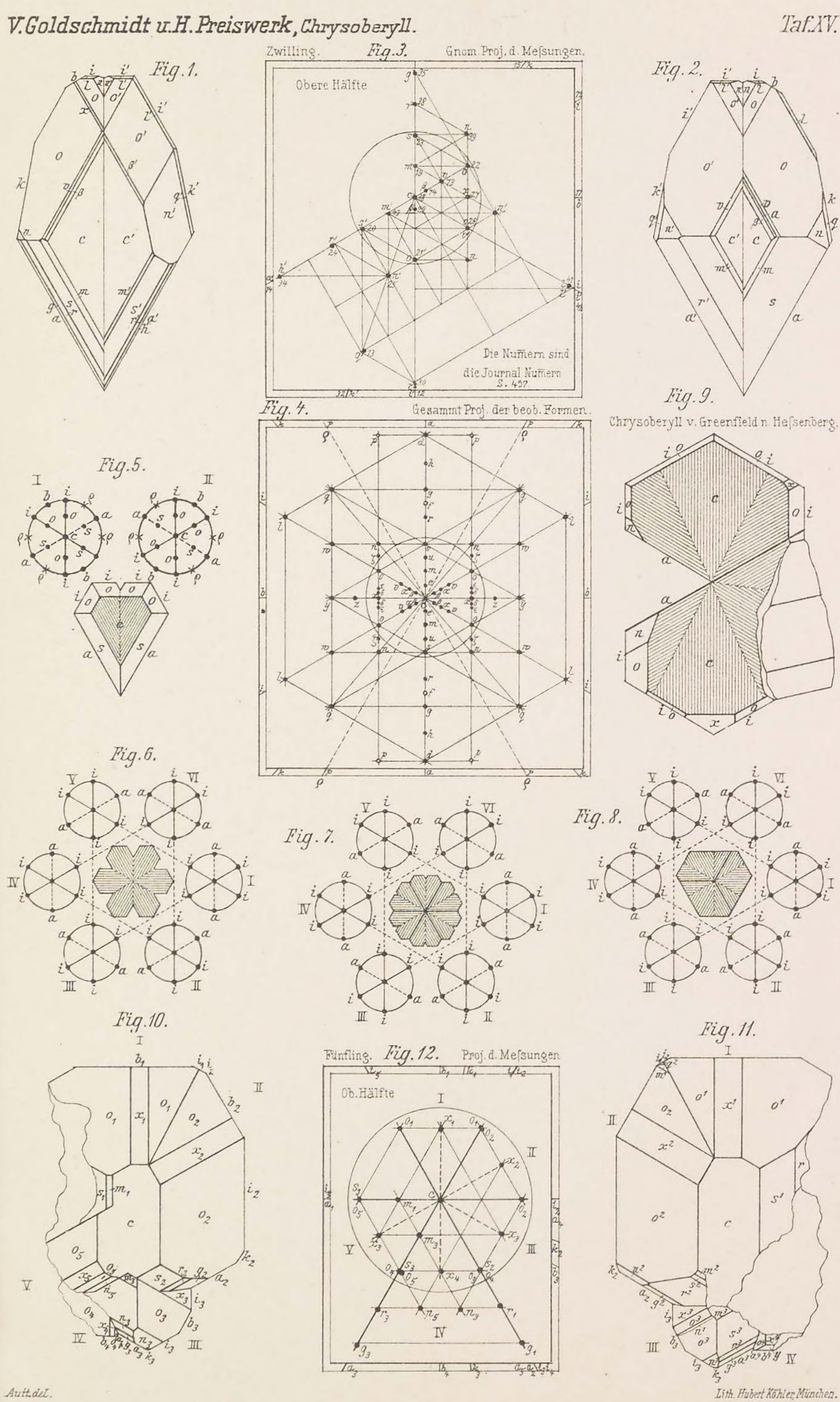
1) Vergl. diese Zeitschr. 1898, **29**, 371 und 378.

eine Ebene, so dass nur Oberflächenzeichnungen die Gebietsgrenzen erkennen lassen. Es sind aber $r\varrho = \pm 10$ (wie *so* beim Chrysoberyll) die Primärknoten, von denen die Formenentwickelung des Quarz ausgeht, die Träger seiner Hauptprimärkräfte[1]).

Ich zweifle nicht, dass die Untersuchung von Zwillingen und Viellingen anderer Krystallarten dieselbe Thatsache zu Tage bringen wird, dass es die Primärknoten sind, die sich einrichten. Bestätigt sich dieses Gesetz, so haben wir im Decken der Flächen bei Zwillingsbildung ein Kennzeichen für die Primärknoten, das besonders dann von Werth ist, wenn Armuth an Formen eine Herleitung der Primärknoten aus der Formenentwickelung nicht gestattet.

---

1) Vergl. diese Zeitschr. 1898, **30**, 257; 1899, **32**, 64 u. 65; 1896, **26**, 14; 1897, **28**, 418.


Fig. 1.
Fig. 3.
Zwilling.
Gnom. Proj. d. Meſsungen.
Obere Hälfte
Die Nummern sind
die Journal Nummern
S. 457
Fig. 2.
Fig. 4.
Gesammt Proj. der beob. Formen.
Fig. 9.
Chrysoberyll v. Greenfield n. Heſsenberg.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 10.
Fig. 12.
Fünfling.
Proj. d. Meſsungen
Ob. Hälfte
Fig. 11.
Autt. del.
Lith. Hubert Köhler, München.